LA SOUFFRANCE À L'ÉCOLE. LE CAS DES MATHÉMATIQUES : SOUFFRANCE OU PLAISIR ET LIBERTÉ ?

Jean-Philippe Drouhard[1], Maryse Maurel[2] et Catherine Sackur[2]

InterDidactique, Didactiques des Disciplines et des Langues (I3DL)[1]
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM)[1-2]
Université de Nice-Sophia-Antipolis, France

Résumé

Nous voulons montrer la possibilité de créer des conditions d'apprentissage tenant la souffrance à distance et rendant positive la tonalité des vécus mathématiques. Par choix épistémologique, nous considérons les mathématiques et leur apprentissage tels qu'ils apparaissent au sujet et par là la singularité du sujet apprenant. Les techniques de l'explicitation permettent de mettre en acte ces choix et notre modèle de la conscience fonde la validité scientifique de l'entretien d'explicitation. Du côté des mathématiques, nous reconnaissons la nécessité d'une rupture épistémologique entre pensée du sens commun et pensée scientifique. Pour certains chercheurs, la souffrance résulte de ce que l'école fait entrer de force les élèves dans le mode de pensée scientifique. Cette rupture et le pouvoir de violence symbolique des mathématiques doivent-ils nécessairement engendrer de la souffrance ? Nos recherches nous amènent à tenir une position divergente : la souffrance des élèves est la conséquence du fait qu'ils n'entrent pas dans le monde mathématique. Nous examinerons comment nous pouvons répondre à nos buts : mieux enseigner les mathématiques au plus grand nombre en proposant aux élèves un chemin pour faire l'expérience des mathématiques et y éprouver plaisir et liberté.

Introduction

L'annonce du colloque et de son thème nous a immédiatement et vivement intéressés. Nous sommes enseignants et didacticiens des mathématiques et nous n'avons pas travaillé spécifiquement sur la souffrance. Pourtant, nous nous sommes demandé quelle pourrait être notre contribution au colloque. Toutes nos recherches et nos pratiques se sont construites autour de l'idée forte de mieux comprendre ce qui se passe pour les élèves lorsqu'ils font des mathématiques, comment ils s'y prennent pour faire ce qu'ils font et comment nous pouvons penser et réaliser les conditions de possibilité de l'apprentissage des mathématiques pour tous. Notre conviction, c'est que l'orientation de nos recherches en didactique peut apporter un éclairage à la thématique de la souffrance à l'école.

Pour ce faire, nous devons suspendre notre attitude *naturelle* d'enseignants et de didacticiens des mathématiques pour laisser de côté la description des objets de la didactique et mettre à jour les liens

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

entre nos présupposés, nos valeurs et nos buts professionnels et les effets recherchés et produits dans nos enseignements sur les sentiments intellectuels[1] de nos élèves. Nous voulons montrer aussi la part de la phénoménologie dans nos travaux.

1. Souffrance, mathématiques et souvenirs

Souffrance et mathématiques, le lien s'impose : la classe de mathématiques est, dans l'imagerie populaire, le lieu par excellence de la souffrance à l'école. Pour mieux connaître les expériences déjà vécues à l'école, nous demandons, en début d'année, à nos élèves ou étudiants de nous décrire par écrit leur pire et leur meilleur souvenir en mathématiques. Nous obtenons des descriptions de brimades, échecs, devoirs ou examens ratés, incompréhension de ce que demande le professeur, vexations de ne pas comprendre, colère et désengagement pour n'avoir pas rencontré le bon professeur qui explique bien et être ainsi *exclu* du monde des mathématiques. Pour le meilleur souvenir, nous obtenons surtout des bonnes notes et des examens réussis chez les plus jeunes. Nous obtenons des souvenirs associés au plaisir d'avoir fait des mathématiques ou d'avoir compris des mathématiques (en nombre significatif) chez les futurs enseignants, ce qui montre qu'ils ont fait l'expérience des mathématiques. Certains ont même rencontré le plaisir de faire des mathématiques à l'Institut de Formation.

De notre côté, quand nous pensons aux mathématiques et à nos enseignements, ce n'est pas le mot « souffrance » qui vient en premier ; viennent d'abord les mots « plaisir », « liberté », « recherche », « adhésion », « curiosité », « responsabilité », et aussi « effort », « persévérance ».

Nous avons revisité les résultats de nos travaux pour montrer comment nous nous y prenons 1/ pour faire vivre aux élèves des situations d'enseignement où le sens de ces mots peut se donner comme sens émergent de l'expérience vécue, et 2/ pour créer des dispositifs aidant les élèves à en devenir réflexivement conscients. Nous pensons que les mathématiques pourraient ne plus jamais être associées à des bulles de souffrance vive comme celle que présente cette histoire :

> *Il y a quelques années, j'ai dû aller dans un commissariat de quartier à Nice pour déclarer un vol dans ma voiture. Je suis reçue par une jeune femme. Questionnaire classique. Nom, prénom, adresse, profession ?*
> « Professeur.
> De quoi ?
> De mathématiques.
> Ah ! (la dame se recule sur son siège, son visage se crispe et change de couleur).
> Jusqu'en première, j'aimais les maths et j'avais de bonnes notes. En terminale, je suis devenue nulle.
> Mais vous ne vous êtes pas réveillée un jour nulle en maths, il s'est peut-être passée quelque chose de grave, peut-être…
> Mon professeur m'a dit que je ferais mieux d'aller faire du tricot ! » (*Et ses yeux se remplissent de larmes*).
> *Plus de quinze ans après, elle retrouve la même souffrance que celle qu'avait déclenchée la remarque stupide et misogyne dudit professeur. Remarquons en passant que les mathématiques en elles-mêmes n'ont aucune responsabilité dans cette histoire.*
> *Pourquoi ce souvenir a-t-il ressurgi pour cette dame avec une telle violence ? Comment a-t-elle pu retrouver, dans un quasi-revivre, ce qu'elle avait vécu quinze ou vingt ans auparavant dans une classe de mathématiques ? Sans m'en rendre compte, emportée par ma pratique professionnelle, je me suis mise à son écoute et j'ai certainement lancé une intention éveillante, véritable torpille dans le champ de la passivité de la dame policière ; son vécu passé est alors revenu avec toute sa force et sa charge de souffrance. Ce que j'ai fait*

> *a eu sur elle le même effet que le goût de la madeleine dans la bouche de Marcel Proust : elle est retournée dans son passé, comme si elle y était encore.*

Cette histoire conduit à constater que :

1. Un vécu passé peut se redonner, dans un ressouvenir, de façon fortuite. Nous en avons tous fait l'expérience et Proust l'a superbement décrit. Mais est-il possible de créer des *madeleines* à la demande ?

2. La souffrance vécue (ou tout sentiment désagréable, voire douloureux) peut revenir longtemps après et s'éprouver avec la même intensité et la même authenticité que dans le vécu passé. Comment les enseignants peuvent-ils éviter de créer de futures *madeleines de souffrance* ?

Nous allons montrer qu'il est possible de déclencher volontairement l'éveil d'un ressouvenir, d'accéder à l'information qu'il contient et en particulier à la couche cognitive et aux connaissances mathématiques du sujet. Nous préciserons les conditions qui garantissent la validité scientifique de l'information ainsi recueillie.

Nous donnerons un aperçu de nos modèles didactiques qui nous permettent d'interpréter cette information pour poser un diagnostic et de choisir l'intervention la plus pertinente pour aller vers les connaissances mathématiques demandées par l'institution. Nous nous intéresserons aux sentiments intellectuels déclenchés par ces différentes interventions chez les sujets. Et pour finir, nous nous demanderons comment agir pour faire vivre aux élèves des situations agréables de façon à induire de futures *madeleines* positives.

Avant de présenter nos théories, nos outils et quelques exemples pour éclairer nos propos, nous voulons donner en quelques mots nos présupposés de chercheurs et de praticiens, présupposés qui induisent nos postures, nos choix professionnels, notre pratique et nos recherches.

Nous pensons que les élèves sont capables d'apprendre et de s'engager dans un vrai travail mathématique et nous leur faisons confiance. Nous savons aussi que nous faisons des prophéties auto réalisatrices et que nous influençons l'évolution et l'avenir des élèves en émettant une hypothèse, négative ou positive, sur leur devenir scolaire (Rosenthal et Jacobson, 1968).

Nous posons que les élèves ne font pas n'importe quoi ; leurs réponses reflètent la cohérence interne de l'ensemble de leurs expériences vécues et de leurs connaissances. Pour aider un élève dans son apprentissage, nous voulons partir de ce qu'il sait comme il le sait. Nous voulons accueillir l'imprévu sans vouloir tout contrôler, permettre des modes d'expression non formels en autorisant un discours mathématique en langage usuel, prendre en compte les réactions des élèves dans l'avancée de l'enseignement, ramener l'apprentissage du travail personnel dans la classe. Nous voulons leur transmettre notre plaisir de faire des mathématiques.

Pour donner un statut en classe à la subjectivité et à la singularité du sujet, nous avons besoin 1. d'un moyen d'accès à sa subjectivité et de catégories descriptives pour la recueillir 2. d'une théorie interprétative de ses connaissances en mathématiques 3. d'une théorie des connaissances mathématiques que nous voulons lui enseigner.

2. L'apport des recherches GREX : l'accès à la subjectivité du sujet

Nous travaillons depuis vingt ans dans le Groupe de Recherche sur l'Explicitation (GREX) sous la direction scientifique de Pierre Vermersch, chercheur au CNRS[2]. Vermersch a mis au point les techniques d'aide à l'explicitation qui permettent d'accueillir des *vécus passés spécifiés*, pour nous, des vécus mathématiques d'élèves et d'étudiants, dans des buts de recherches didactiques ou dans des

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

buts d'enseignement. Ainsi, nous obtenons des informations sur le niveau de ce qui peut[3] apparaître au sujet de sa propre expérience, sur la vision des mathématiques et de l'activité mathématique de son point de vue, dans le but de la prendre en compte dans notre accompagnement de l'apprentissage des mathématiques.

À partir des textes des phénoménologues et plus particulièrement de ceux de Husserl (1998), nous disposons d'un modèle de la conscience qui fonde la validité scientifique de l'entretien d'explicitation dans une branche de la psychologie en première personne, nommée *psycho-phénoménologie* (Vermersch, 2008 ; Maurel, 2008).

2.1. Définition de l'entretien d'explicitation

L'entretien d'explicitation est une forme d'*introspection rétrospective guidée*. Sous l'effet de la synthèse passive, décrite par Husserl (1998), le sujet se constitue sans cesse et involontairement une *mémoire passive*, mémoire autobiographique dont une grande partie est, pour lui, *pré réfléchie*, c'est-à-dire que le sujet ne sait pas qu'il dispose de ces informations : elles ne sont pas *réflexivement conscientes* pour lui[4]. L'entretien d'explicitation permet d'accompagner le sujet, sans induction, dans le passage de la conscience pré réfléchie à la conscience réfléchie, à propos d'un vécu passé spécifié, et plus particulièrement d'un vécu d'action. Pour cela, le cadre créé par l'entretien réalise les conditions de possibilité de l'éveil provoqué du ressouvenir. Après avoir passé un contrat de communication avec le sujet et après avoir lancé une *intention éveillante*[5], le questionneur accompagne le sujet vers l'évocation de ce vécu spécifié et vers l'accès à une *donation intuitive*[6] du ressouvenir, pour qu'il en opère le *remplissement intuitif*[7] et qu'il en acquière une conscience réfléchie. On dit que le sujet opère le *réfléchissement* du vécu passé[8]. La dernière étape est celle de la mise en mots ou *verbalisation*. Les verbalisations recueillies fournissent des données au chercheur ou au praticien sur l'action et l'expérience subjective du sujet questionné, sur ce que le sujet a réellement fait et vécu à ce moment-là. Notons bien que l'accès au pré réfléchi par le questionné exige qu'il établisse un rapport particulier à son passé et qu'il s'installe dans une position de parole particulière, appelée ici *position d'évocation*[9] s'appuyant sur la mémoire concrète (Gusdorf, 1951). Il s'agit pour le questionné de regarder son vécu, d'être présent à son vécu comme vécu et non, ce qui est très différent, de penser à son vécu (Vermersch, 1994 ; Maurel, 2009).

2.2. Utilisation de l'entretien d'explicitation dans l'apprentissage

Il est possible, à l'intérieur du ressouvenir, de changer la direction du rayon attentionnel du sujet pour aller chercher des informations qui sont encore pré réfléchies et que nous pouvons l'aider à accueillir et à verbaliser. Nous pouvons, par nos paroles et notre accompagnement, accueillir le vécu émotionnel sans focaliser l'attention du sujet sur lui, et diriger cette attention vers la couche cognitive du vécu, ce qui informera le maître et l'élève.

Par exemple, s'agissant du retour sur un travail fait antérieurement (en classe ou ailleurs) :

> E : J'ai perdu pied et j'ai paniqué, et il me semblait que je ne savais plus rien, je me suis senti mal.
>
> P : Et quand vous perdez pied et que vous paniquez comme vous avez paniqué à ce moment-là, et que vous vous sentez mal, qu'est-ce vous faites … *(nous accueillons l'émotion, nous orientons l'attention du sujet vers ses actions).*

ISBN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca
Les Collectifs du Cirp, 2011
Volume 2, pp. 294 à 310

Un entretien d'explicitation permet donc d'aller chercher de l'information pré réfléchie et de la porter à la conscience réfléchie du sujet pour nous informer, pour l'informer et pour lui apprendre à s'informer.

Pour un entretien d'explicitation en classe, il y a trois temps : le temps du vécu de l'action (en classe ou ailleurs), spontané ou provoqué par le maître, puis le temps de l'entretien où, avec l'aide du maître, le sujet contacte son vécu passé spécifié, opère le réfléchissement et produit la verbalisation ; vient enfin le temps de l'exploitation des informations recueillies par le maître, par l'élève ou par les élèves si toute la classe écoute l'entretien ; c'est le temps de la réflexion au sens usuel de « je réfléchis sur … ».

En outre, l'utilisation par le maître des techniques de l'explicitation repose, comme pour beaucoup d'autres entretiens, sur l'empathie, la reformulation et la gestion des silences. L'élève se sent écouté avec bienveillance, il peut penser à son rythme propre, il se sent accompagné, il n'est pas jugé sur ce qu'il a fait ou sur ce qu'il dit, ses réponses ne sont pas comparées à une norme, elles valent pour leur singularité, chacun peut faire et dire ce qu'il fait dans le mode qui est le sien. Quand un étudiant est d'accord pour accepter un entretien d'explicitation en classe (le maître lui demande toujours son accord avant de commencer l'entretien), les autres semblent fascinés par ce qui se dit et un silence très profond s'installe dans la classe. Comme si le dévoilement de la constitution et du déroulement de la pensée de quelqu'un créait une fascination.

Le maître signifie ainsi, sans dire nommément ce qu'il fait, que cet élève est accueilli dans la communauté de la classe faisant des mathématiques, tel qu'il est, avec ses connaissances telles qu'elles sont, et qu'il y a toute sa place. Nous accueillons les souffrances éventuelles sans les travailler parce que nous ne sommes pas des psychothérapeutes, que nous sommes des professeurs de mathématiques et que notre métier est d'enseigner des mathématiques à des élèves et de travailler sur leurs difficultés en mathématiques. Les élèves sont à l'école pour apprendre, quel que soit leur point de départ.

L'entretien d'explicitation peut être utilisé dans toutes sortes de situations, mais il n'apporte que les moyens du recueil d'informations, même s'il est évident qu'un accompagnement attentif et bienveillant induit un sentiment positif. Il faut ensuite savoir poser le diagnostic, puis trouver la bonne intervention (avec notre expertise de professeur et de didacticiens des mathématiques) ; l'information recueillie dans l'entretien d'explicitation nous permet de faire une intervention très précisément dirigée vers le problème de cet élève-là, dans cette situation-là, ce jour-là. Il permet aussi de pointer que l'élève disant qu'il n'a rien fait ou rien compris a (presque) toujours fait ou compris quelque chose et de le lui dire de façon performative pour qu'il ait à sa disposition des situations positives (Vermersch et Maurel, 1997).

2.3. Exemple de Samanta (9 ans)

Claudine est une chercheure du GREX qui assure un soutien scolaire dans l'école de son village. Samanta est une petite fille très calme qui vient de commencer son CM1 (9 ans). Elle connaît bien Claudine et fait appel à elle, un soir : « Moi, j'ai une difficulté avec la décomposition des nombres ! » (Martinez, 2005).

Claudine explore le fonctionnement de Samanta et lui propose d'abord de décomposer de grands nombres comme à l'école. Samanta décompose des nombres en suivant la logique du tableau, les centaines, dizaines, unités… Claudine va jusqu'à l'utilisation des millions. Samanta dit qu'elle n'a pas fait si grand en classe, mais réussit tout de même. Claudine lui dit qu'elle a très bien compris. Et là, Samanta dit que, en fait, ce sont les dictées de nombres qui lui posent problème. Claudine lui

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

propose donc de faire une dictée de nombres et constate qu'elle fait à nouveau tout juste. Elle le dit à Samanta qui lui répond « oui, mais en classe…. » Les mots « en classe » alertent Claudine qui se dit qu’elle ne procède peut-être pas comme la maîtresse. Pour explorer ce que fait la maîtresse, Claudine met Samanta en évocation de la dernière fois où elle a fait cet exercice en classe :

S : La maîtresse dit le nombre une première fois… j'ai pas bien entendu et je panique…
C : Ah, tu paniques! Et après que fait la maîtresse ?
S : Elle se tourne vers l'autre partie de la classe (c’est une classe à deux niveaux) et… (la maîtresse fait quelque chose avec l'autre groupe) puis elle revient et dit le nombre une deuxième fois. J'ai peur de ne pas bien entendre…

Donc, la maîtresse dit le nombre une première fois, se tourne vers l'autre groupe, puis revient vers le groupe de Samanta et le dit une deuxième fois. Elle ne le dit que deux fois. Claudine propose à Samanta de recommencer l'exercice et de dire le nombre seulement deux fois avant qu'elle ne l'écrive. Claudine dicte plusieurs nombres et constate, après trois essais, que Samanta est capable d'écrire les chiffres des milliers, puis qu’elle a un trou et donne le chiffre des unités, voire des dizaines, mais jamais celui des centaines ! Claudine met Samanta en évocation de ce qu'elle vient de faire pour obtenir ce qui se passe dans sa tête au moment du trou. Pour avoir plus d’information sur le fonctionnement de Samanta, Claudine la met en évocation du moment où Samanta a appris la poésie qu'elle vient d'apprendre. Puis Claudine revient là où elles en étaient restées de la dictée de nombres et propose alors à Samanta de fermer les yeux comme pour la récitation et de voir le nombre en entier avant de le ranger dans le tableau et de l'écrire. Samanta a toujours un blanc pour le chiffre correspondant à la centaine. Claudine décide donc d'explorer ce qui se passe pour Samanta quand elle dicte le nombre, en prenant l'exemple du dernier nombre qu'elle a dicté.

S : Quand j'entends mille…
I : Quand tu entends mille, qu'est-ce qui se passe à ce moment là pour toi ?
S : Je regarde le tableau et je range les chiffres dedans…

Donc, si, quand elle entend « mille », elle range déjà ses chiffres dans le tableau, son attention n'est plus disponible pour entendre la suite de l'énoncé de la maîtresse.

L'entretien s'arrête là, car la maman de Samanta l'attend depuis déjà quelques minutes. Claudine a passé environ ¾ d'heure avec Samanta pour diagnostiquer son problème. Le mardi suivant, Samanta dit à Claudine qu'elle a eu 5/5 aux exercices de décomposition de nombres et de même pour les dictées.

Que s’est-il passé ? Samanta a dit à Claudine : « Moi, j'ai une difficulté. » La difficulté, c'est ce qu’a ressenti Samanta quand elle n’a pas réussi à faire ce qu’elle cherchait à faire. Claudine a cherché où était le problème, quelle en était la cause et a fait une exploration des vécus d’action de Samanta. Cette cause était pré réfléchie pour Samanta qui a découvert (en même temps que Claudine) qu'elle n'entendait pas ce que disait la maîtresse pendant qu’elle était déjà en train d'écrire des chiffres dans les colonnes. L'entretien mené par Claudine amène cette information à la conscience réfléchie de Samanta. À partir du moment où elle sait ce qu'elle fait, elle ajuste son comportement et trouve toute seule la solution à son problème. Il aurait été intéressant de faire un entretien pour savoir comment elle faisait après le travail avec Claudine. Notons qu’ici, c’est la gestion de l’attention par Samanta qui crée le problème et non sa compréhension des mathématiques. Elle prend pour thème principal l’écriture du premier chiffre dans la bonne colonne ; en même temps, les paroles de la maîtresse sont saisies sur le mode de la conscience directe, et pas de la conscience réfléchie, et toute seule, elle ne sait pas les retrouver. Samanta est la seule personne qui peut donner cette information sans pour autant en être réflexivement consciente. Son besoin d’aide se situe précisément là.

ISBN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

Claudine est une didacticienne de l'Education Physique et Sportive, elle sait apprendre à nager ou à danser, mais qu'aurait-elle fait avec une difficulté mathématique ? Nous ne le savons pas.

3. L'apport de nos recherches en didactique des mathématiques

Nos recherches en didactique des mathématiques nous conduisent à travailler avec deux modèles, le modèle GECO[10] et le modèle CESAME[11].

3.1. Le modèle GECO, modèle des connaissances mathématiques des élèves

Nous savons qu'un élève n'arrive jamais en classe la tête vide. Il possède des connaissances acquises dans les classes précédentes ou en dehors de l'école dans ses activités quotidiennes. Nous posons *a priori* que les élèves ont des connaissances qui guident leurs actions, parfois implicitement, qu'elles ont une forme particulière et peuvent produire des erreurs. Nous les appelons *connaissances locales*.

Exemple : un nombre est plus petit que son carré ($3^2 > 3$ mais $(0,5)^é < 0,5$)

On peut inférer ces connaissances à partir des erreurs du sujet, mais l'interprétation du professeur n'est pas toujours conforme à ce qu'a fait le sujet. Il y a parfois des surprises. L'entretien d'explicitation permet de faire verbaliser les connaissances agies en cherchant l'information auprès de *celui-là seul qui peut nous la donner*, l'élève apprenant des mathématiques.

Notre modèle des connaissances des élèves (Léonard & Sackur, 1991) permet de comprendre et de décrire l'activité d'un élève en train de faire des mathématiques. Il considère trois espaces dans lesquels se déploie simultanément cette activité : l'espace psychologique, celui de la cohérence interne du sujet ; l'espace social, celui du groupe des mathématiciens ou de la classe et l'espace *réel*, celui des mathématiques. Nous avons introduit les notions de référent et d'objectif : le référent est l'instance (non réflexivement consciente) qui permet à l'élève de régler son activité (lui-même, le groupe, les mathématiques). L'objectif, ou le but, est ce qui lui permet, lorsqu'il est atteint, de cesser son activité (cohérence interne, accord avec le groupe, réussite).

Le travail du maître consiste à faire décrire les connaissances locales et à préparer des interventions (individuelles ou collectives) pour les mettre en échec afin que l'élève les remplace par des connaissances mieux adaptées et plus efficaces. Un dispositif de remédiation, l'*entretien Faire Faux*, trop technique pour être exposé ici (GECO. 1997), permet de faire travailler un élève sur ses connaissances locales en le laissant totalement maître des connaissances qu'il apporte dans son travail. On peut ainsi accéder aux connaissances dont il est absolument certain et reconstruire à partir de là. Ainsi, lors d'une séance de soutien en seconde, une élève en échec, n'intervenant jamais, a pu se lever et dire d'une voix péremptoire « 7/8 n'est pas égal à 1, 7/8 < 1 , ça, j'en suis absolument sûre ». À ce moment-là, tout dans sa posture et le ton de sa voix indiquait la force de sa certitude.

Nous avons constaté que, pour un élève, l'accueil de ses connaissances sans jugement, sans comparaison à une norme, et la reconnaissance de sa cohérence le mettent à l'aise, favorisent l'éveil de sa curiosité et le conduisent à trouver du plaisir intellectuel à faire des mathématiques.

3.2. Le modèle CESAME, modèle des connaissances mathématiques à enseigner

Nous reconnaissons la nécessité d'une rupture épistémologique entre pensée du sens commun et pensée scientifique (Bachelard, 1934). Pour certains chercheurs (Trabal, 1997), la souffrance résulte du fait que l'école fait entrer de force les élèves dans le mode de pensée scientifique. Cette rupture et le pouvoir de violence symbolique des mathématiques doivent-ils nécessairement engendrer de la

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca *Les Collectifs du Cirp*, 2011

Volume 2, pp. 294 à 310

souffrance ? Nos recherches nous conduisent à tenir une position divergente : *pour nous, la souffrance des élèves n'est pas la conséquence de leur entrée dans le monde mathématique, mais, bien au contraire, la conséquence du fait qu'ils n'y entrent pas.*

Nous avons cherché comment les aider à y entrer. Nous avons ainsi découvert que certains élèves manquaient de connaissances qui ne sont pas données dans les livres ou dans les cours sous forme déclarative, qui s'acquièrent petit à petit dans un enseignement de mathématiques (pour certains, mais pas pour tous) et qui, pour nous, sont des connaissances mathématiques : il s'agit de connaissances expérientielles qui permettent de suivre les *règles du jeu* de l'activité mathématique. Citons par exemple : « Pour être valide, un théorème doit être démontré », « un problème, même s'il est résolu par des procédures différentes, ne peut avoir deux solutions contradictoires » ou « en mathématiques, les résultats sont nécessaires[12] ». Même si leur énoncé est parfois très simple et ressemble à une tautologie, leur enseignement doit être spécifique, ces connaissances doivent être éprouvées, réfléchies et verbalisées pour devenir réflexivement conscientes et mobilisables. Nous avons classé ces connaissances expérientielles en trois catégories : 1/ celles qui concernent la validité des énoncés comme « en mathématiques une définition définit[13] » ; 2/ celles qui sont liées à la logique, c'est-à-dire les règles concernant la démonstration[14], et 3/ celles qui concernent l'écriture mathématique, les connaissances sémiotiques qui permettent de lire, déchiffrer, faire travailler l'écriture symbolique mathématique et de lui donner du sens. Nous pouvons résumer, en forme de slogan, « pour faire des mathématiques, il faut démontrer (validité), il y a des règles pour démontrer (logique) et il faut savoir s'exprimer correctement en utilisant les différentes représentations symboliques (écrire des mathématiques) » (Sackur, Assude, Maurel, Drouhard et Paquelier, 2005 ; Drouhard, 2007).

Nous développons des séquences d'enseignement (*dispositif CESAME*) prenant appui sur une connaissance locale forte, qui va faire produire des erreurs à certains élèves et pas à d'autres. Après une phase de travail personnel, nous proposons aux élèves de se mettre en groupe de quatre et de confronter leurs résultats. La situation d'intersubjectivité ainsi créée autour de réponses différentes et la confrontation aux mathématiques qui *résistent* (le résultat mathématique est nécessaire) amènent les élèves à décider ensemble du vrai et du faux et à donner les raisons de leur choix pour convaincre les autres (en langage naturel le plus souvent). Ils passent ainsi du stade de leur pensée privée (opinion), appuyée sur leurs connaissances personnelles et locales, au stade de la constitution d'un espace de rationalité intersubjectif, mouvement qui sera poursuivi dans le grand groupe de la classe, après un débat collectif où l'autorité des mathématiques remplace celle du maître et d'où émerge le résultat mathématique. Nous invitons ainsi les élèves à faire l'expérience des règles du jeu mathématique. Le maître reprend alors le rôle de maître et institutionnalise les connaissances mathématiques, celles du livre, le savoir officiel, mais aussi les connaissances mathématiques expérientielles acquises dans le déroulement du dispositif. Nous disons que nous proposons à la classe de fonctionner comme une communauté de mathématiciens (sous notre contrôle). Nous renforçons l'expérience vécue de façon performative en leur déclarant : « Vous venez de faire des mathématiques. » Notre hypothèse (et notre expérience la confirme) est que les élèves sont à l'aise dans la situation parce que nous créons des situations où ils peuvent faire l'expérience des règles du jeu mathématique et de leur fonctionnement. Ils doivent nécessairement appliquer telle ou telle règle, non parce que c'est notre bon vouloir, mais parce que, s'ils ne le font pas, ils ne feront pas de mathématiques. C'est *nécessairement* comme ça, mais *pour de bonnes raisons*. Ce sont eux qui pilotent leur jeu ; ils travaillent à leur rythme et s'arrêtent sur ce qui les préoccupe ou les intéresse le plus. Cela crée un sentiment de liberté et d'autonomie.

Ce dispositif repose sur un principe fort : il s'agit de faire aux élèves la *dévolution du vrai et du faux* (Legrand, 1993). Les connaissances sur les règles du jeu sont des outils pour décider du vrai et du

ISBN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

faux en mathématiques ; se soustraire à l'autorité du maître, en y étant invité par le maître lui-même, en étant muni des outils pour le faire, donne le sentiment de liberté et de plaisir que connaissent les mathématiciens (« Etre libre, c'est comprendre la nécessité », a écrit Hegel). Dans les échanges entre pairs, mathématiciens ou élèves d'une même classe, on peut retrouver des sentiments de même nature, la joie d'explorer, la joie de comprendre et de convaincre, la joie de goûter à la certitude pour soi et de la partager avec les autres. C'est de cette situation où ils font vraiment des mathématiques qu'émergent les sentiments de plaisir et de liberté.

3.3. Exemple de Ninon

Ninon est une jeune femme, institutrice dans une école maternelle privée. Elle souhaite présenter le concours de professeur des écoles et pense qu'elle doit progresser en mathématiques. Pourtant, elle a fait deux années d'études supérieures et a obtenu un Diplôme Universitaire de Technologie de techniques économiques où elle a appris à faire des calculs algébriques complexes tels que des calculs matriciels. L'aide de son mari, professeur de mathématiques, est inefficace. Ninon vient travailler avec Catherine en entretien individuel. Elle lui fait, un jour, cette remarque : « Je ne comprends pas pourquoi on utilise les lettres en math ; les lettres, c'est fait pour écrire le français », sans faire le lien avec ce qu'elle a appris au lycée et à l'université. Voici le récit de Catherine.

> Un jour, nous sommes en train de travailler sur l'une de ses difficultés les plus importantes : que vaut le carré de 2*a* ? Je la fais travailler de façon entièrement verbale et visuelle, sans écrire. On imagine un carré de côté 1 et on double le côté. Combien y a-t-il de petits carrés dans le grand ? De même on imagine un carré de côté 5, 10, dont on double le côté, etc. Nous arrivons à la question : « imagine un carré de côté *a* ». Et là, c'est impossible, Ninon ne peut imaginer un carré de côté *a*. Je suis devant un mur que je ne sais pas franchir. Nous nous arrêtons là et je lui demande, d'ici la semaine suivante, de refaire mentalement les exercices faits, d'imaginer des carrés dont le côté a la longueur de son choix, de doubler la longueur (ou de la tripler) et de compter combien il y a de petits carrés à l'intérieur.
>
> J'appelle Maryse à l'aide pour résoudre mon problème. Comment faire pour passer des longueurs choisies et des nombres à *a* ? Maryse me suggère de demander à Ninon comment elle sait que le côté mesure 1 ou 3 ou 10. Ce que je fais.
>
> N. : J'imagine une règle posée sur le côté du carré et je lis la graduation.
> C : **Et si c'est 100 ?**
> N. : Je prends un mètre.
> C : **Et si c'est 10 000 ?**
> N : Je le décide, je décide que c'est 10 000. Alors je peux décider que c'est ce que je veux. Je peux décider que c'est *a*. Ah oui, alors, *a*, c'est ce que je veux !

Ninon vient de construire, pour elle, un sens de la lettre en mathématiques. À partir de là, l'exercice sur le carré de côté 2*a* ou 3*a* ne pose plus aucun problème. Cette histoire montre qu'aucun professeur n'aurait pu imaginer l'information que donne Ninon dans ce petit entretien. Ici, l'entretien n'est pas un vrai entretien d'explicitation ; cependant l'idée de demander « comment vous le savez ? » et de faire décrire vient de l'explicitation. Notons aussi que l'entretien s'est déroulé sur deux séances différentes. L'entretien d'explicitation sert ici à évoquer l'entretien précédent. Cette façon de faire permet de s'adapter au temps dont on dispose, elle permet aussi de réfléchir entre temps, d'en discuter avec des collègues ou des co-chercheurs pour faire l'intervention la mieux adaptée au problème rencontré ce jour-là, avec cette personne-là.

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca *Les Collectifs du Cirp*, 2011

Volume 2, pp. 294 à 310

Au bout d’une dizaine de séances, le comportement de Ninon au sein de son couple et de son groupe d’amis avait complètement changé, elle était devenue plus sûre d’elle, prenait la parole pour donner son avis et défendre son point de vue (« Qu’est-ce que vous avez fait à ma femme ? », a demandé son mari). Sa motivation personnelle pour comprendre des mathématiques était très forte, elle avait une grande confiance en Catherine, confiance induite par son mari qui avait été stagiaire chez Catherine et qui était devenu notre ami, Ninon a très vite compris qu’elle comprenait, qu’elle était capable de comprendre, ses blocages ont sauté « comme si des pans entiers de mur s’écroulaient ». Pour Ninon, Catherine a *soigné les mathématiques par les mathématiques* en allant jusqu’aux connaissances dont Ninon était absolument sûre et en rebâtissant complètement son édifice mathématique. Et il apparaît bien dans cet exemple que Ninon a modifié son comportement, qu’elle est passée d’une posture fermée de résignation à une posture ouverte d’assurance et de confiance en elle.

3.4. Exemple à l’école primaire

Nous travaillons à l’école primaire avec le dispositif CESAME (enfants de 10/11 ans). Il s'agit ici d'une séance sur l’ordre des décimaux où il faut comparer des nombres tels que 12,898 et 12,98. Les parties entières étant égales, nous disposons de deux connaissances locales bien identifiées, la *règle 1* (plus l'entier qui suit la virgule est grand, plus le décimal est grand) et la *règle 2* (plus il y a de décimales, plus le nombre est petit).

Maryse a suivi le travail d’un petit groupe (dans la phase du travail par groupe de quatre) :

> *Deux élèves de ce groupe, Baptiste et Paul, figurent parmi ceux qui ont le mieux exposé leur procédure par écrit. Les quatre enfants comparent leurs résultats, ils sont très différents. Benjamin et Caroline ont produit des résultats faux en appliquant deux connaissances locales différentes.*
>
> Benjamin — Plus il y en a (des chiffres) après la virgule, plus c’est petit (règle 2)
> Caroline — Moins il y en a (des chiffres) après la virgule, plus c’est petit (règle 1)
> Baptiste — Ni l’un, ni l’autre, il faut mettre les dixièmes, les centièmes, les millièmes, exemple pour c), 15,5=15,50 donc 15,41<15,50
> Paul — J’ai fait comme ça aussi
>
> *Alors tous ensemble, ils reprennent les exercices et les refont, en vérifiant qu’ils sont d’accord ; je demande de rappeler la règle qu’ils utilisent pour vérifier qu’ils utilisent bien tous la même. C’est Paul qui la dit.*
>
> Paul — Je regarde d’abord avant la virgule, puis après la virgule
> Benjamin — Je prends un exemple (il écrit au verso de la feuille),
> 18,300 et 18,34
> 18, 300 et 18, 340
> mais j’aurais pu faire
> 18, 30 et 18,34
> Baptiste — Moi, j’aurais écrit
> 18,3 et 18, 34
> 18,30 et 18,34
>
> *Ils sont bien d’accord et reprennent ensemble tous les exercices. Baptiste et Paul avaient déjà les bons résultats. Caroline et Benjamin reprennent leur travail. Ils disent ce qu’ils font et Paul et Baptiste veillent pour que Caroline attende Benjamin et que Benjamin attende Caroline quand l’un distance l’autre.*

ISBN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

Pendant la mise en commun en grand groupe, un élève explique l'ajout des zéros et un autre expose la méthode par comparaison des dixièmes, centièmes, millièmes. À ce sujet, la maîtresse reprend une remarque passée un peu inaperçue lors de la séance :

Aurélie	On regarde le chiffre des dixièmes et celui qui a le plus petit est le plus petit
Alix	Et ceux-là, 11,8 et 11, 898, ils ont tous les deux 8 comme chiffre des dixièmes
Alexis	11,898, c'est presque 11,9 tandis que 11,8, c'est seulement 8 dixièmes

Lors de la séance suivante, Alix dit que, même si on rallonge 2,19699999999, il ne sera jamais plus grand que 2,5. L'argument donné par Alix est un argument mathématique et la connaissance utilisée est loin d'être une connaissance naïve à cet âge-là. C'est bien *avec* des mathématiques et *sur* des mathématiques que les enfants se mettent d'accord. Les enfants ont accepté la responsabilité que leur a donnée la maîtresse, ils travaillent tout seuls (autonomie) et s'arrêtent sur ce qui les intéresse (intérêt et liberté).

3.5. La dénotation en seconde

Il est impossible d'enseigner la résolution d'une équation (procédure et sens) à Diana, une élève de 15 ans, en grande difficulté, qui présente le tableau clinique suivant : elle doit résoudre l'équation $x+1=2x+3$, tâche en principe facile à ce niveau. Elle dit au collègue qui fait l'entretien :

D : Il y a deux solutions : $x = 6$ et $x = 2$
P : Comment le savez-vous ?
D : Si je mets $x = 6$ à gauche et $x = 2$ à droite, c'est bon
P : Et on peut faire ça en mathématiques ?
D : Oui, on le fait souvent
P : Vous faites ça en classe avec Mme Sackur ?
D : Oui

L'entretien se poursuit par un entretien de type Faire Faux. Diana ne connaît pas une des règles fondamentales de l'écriture symbolique en mathématiques : dans une expression symbolique algébrique, une lettre dénote nécessairement la même valeur dans toute l'expression (Drouhard, 1992). Comment aider Diana, convaincue qu'elle fait comme la professeure, à résoudre ses équations si nous ne disposons pas de cette information ?

3.6. Exemple d'enseignement à l'université : le Raisonnement Scientifique

Nous allons terminer sur la présentation d'un enseignement en première année de l'université où nos trois modèles sont à l'œuvre (Maurel et al., 2003). Il s'agit d'un enseignement de méthodologie à l'Université de Nice dans une section mathématiques-informatique-économie, qui ne comprend que des séances de Travaux Dirigés (TD), il n'y a pas de cours, mais cet enseignement est couplé avec un enseignement de mathématiques (cours et TD). L'enseignant des TD de mathématiques est le même que l'enseignant des TD de Raisonnement Scientifique. Chaque séance de TD se déroule suivant les quatre phases du dispositif CESAME sur des objets mathématiques déjà rencontrés au lycée : travail individuel, travail par groupe de quatre, débat en groupe classe, institutionnalisation des connaissances par le maître. Le dispositif CESAME permet de réactiver les connaissances locales construites au lycée et de les travailler.

De plus, pour obtenir un effet aussi voisin que possible de celui d'un entretien d'explicitation, nous avons choisi de proposer aux étudiants un travail en trois temps, passant ainsi de l'individuel au

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca
Les Collectifs du Cirp, 2011
Volume 2, pp. 294 à 310

collectif. Le *temps de l'action* est celui de la séance de TD, les étudiants ont une activité mathématique dans le cadre du dispositif CESAME. Le *temps du réfléchissement et de la verbalisation* est celui de la rédaction d'un compte rendu après chaque séance de TD suivant la consigne : *«* Je vous demande de faire un compte rendu de cette séance pour la semaine prochaine. Je vous propose, pour le faire, de prendre un moment après cette séance, chez vous ou ailleurs, pour laisser revenir ce qui vous revient de cette séance, comme ça vous revient quand vous prenez le temps d'y penser, ce qui a été important pour vous. C'est vous qui savez. *»* Suivent les détails techniques de présentation. Cette consigne est rappelée oralement, individuellement ou collectivement, autant de fois que nécessaire tout au long du semestre. Les annotations des comptes rendus et les petits entretiens complémentaires éventuels, au moment de la remise des comptes rendus, permettent d'aider les étudiants à s'auto informer sur ce qu'ils font. De plus, l'équipe enseignante a décidé de laisser chaque étudiant aller vers les questions qu'il choisira d'approfondir, dans les comptes rendus comme dans les mémoires de Raisonnement Scientifique. *Le temps de la réflexion* est celui de la rédaction d'un mémoire servant d'évaluation de l'enseignement.

À côté des prises de distance et des réflexions à propos de leur travail mathématique, au détour des mémoires, nous avons pu relever des commentaires qui nous aident ici à prouver les effets de nos enseignements.

Une réponse à une question restée en souffrance :

> Dans son compte rendu n°7, Sandrine écrit : « J'ai beaucoup aimé les séances dernières, car elles ont répondu à <u>une question que je me suis toujours posée depuis le lycée</u> : pourquoi le discriminant avait pour formule b^2-4ac ?"

Le récit d'une connaissance expérientielle bien utilisée manifeste l'intérêt et l'autonomie de Sébastien :

> Sébastien raconte, dans la conclusion de son mémoire final, qu'un ami lui a fait la remarque suivante : « Les fonctions puissances sont des fonctions exponentielles, puisqu'elles peuvent s'écrire $x^\alpha=\exp(\alpha \ln x)$. C<u>ette remarque me rendit perplexe</u>, puisque, à première vue, ce que disait mon camarade était juste et remettait en cause toutes les conclusions que j'avais sur les exponentielles et les puissances depuis six semaines. <u>Plus tard, chez moi</u>, j'ai décidé de voir si $\exp(\alpha \ln x)$ était vraiment une exponentielle. J'ai calculé la dérivée de $\exp(\alpha \ln x)$ qui est $\frac{a}{x}x^a$ et je l'ai divisé par x^α. Le résultat que j'ai trouvé n'était pas une constante, donc j'en ai déduit que $\exp(\alpha \ln x)$ n'est pas de type exponentielle. <u>Ainsi, j'ai appris</u> que ce n'est pas parce qu'une fonction peut s'écrire sous la forme d'une exponentielle que celle-ci l'est pour autant ».
>
> Confronté à la question de son ami, Sébastien ne la met pas dans un coin, la question l'intéresse ; il ne va pas non plus poser la question au professeur ou à quelqu'un qui aurait mieux compris ; il fait sienne la question et il décide de répondre tout seul, d'aller voir ce qu'il en est ; il trouve lui-même la réponse et dans le mémoire, il mentionne ce qu'il a appris ce jour-là. Nul doute qu'il se souviendra de l'histoire et de sa conclusion, une propriété caractéristique.

Julien a appris la persévérance et la gestion de ses connaissances :

ISBN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca
Les Collectifs du Cirp, 2011
Volume 2, pp. 294 à 310

> Julien note dans son mémoire qu'il faut : « persévérer et utiliser toutes nos connaissances pour résoudre un problème, …, être rigoureux. Finalement, je pourrai affirmer que les séances de raisonnement scientifique m'ont enseigné la persévérance, l'utilisation de nos connaissances mais aussi parfois les TD m'ont fait réaliser que certaines choses que j'avais apprises, qui « encombraient » mon esprit, pouvaient être retrouvées par un simple calcul. J'ai donc appris à optimiser mes connaissances ».

Responsabilité, autonomie, adhésion à la dévolution :

> Camille écrit dans son mémoire : « Je me suis demandé, au début, pourquoi faire ça. À quoi ça sert ? On perd du temps ! Et en fait j'ai compris que ça nous servait bien plus que de résoudre ces problèmes car ça nous donne de l'autonomie, nous apprenons à nous servir d'informations brèves et pas toujours très expliquées pour corriger nos exercices. Ça nous aide donc à ne pas être dépendants des explications des professeurs ».

De l'étonnement à l'adhésion, puis au désir :

> Joëlle (basketteuse de haut niveau et redoublante) commence son mémoire par la phrase : « Ils nous font travailler à quatre, on fait des traits et des dessins, où sont les formules ? […] Ce sont les premières phrases qui auraient pu venir en tête en arrivant aux enseignements de Raisonnement Scientifique et de Mathématiques ». Elle note à la fin du mémoire : « À la fin de ce semestre, je sens que j'ai pu me réconcilier avec les mathématiques … J'ai récupéré cette envie d'ouvrir un livre de mathématiques et cette envie de progresser ».

Les mathématiques peuvent intéresser :

> Elodie explique dans son mémoire : « Ma vision des mathématiques a changé, car, en raisonnement scientifique, j'ai l'impression que nous avons tenté de comprendre les mathématiques. Le mot «mathématique» n'a donc plus le même sens pour moi, cela ne sous-entend plus seulement le mot calculer … Les mathématiques me paraissent également plus en référence avec les choses concrètes, je vois plus leur nécessité, leur but. Je pense que, si on nous apprenait plus tôt les mathématiques vues sous cet angle, beaucoup d'étudiants n'y seraient pas autant réfractaires ».

Les mathématiques peuvent passionner :

> Sophie, qui vient d'une section de biologie, écrit dans son mémoire : « Je dirai, pour clore ce chapitre, que les séances de raisonnement scientifique m'ont mise plus à l'aise avec les maths. J'ai compris que les mathématiques pouvaient 'passionner' ».

Nous avons voulu montrer ici qu'il est possible d'intégrer un accompagnement individuel dans un enseignement collectif. Avec la mise en œuvre systématique du dispositif CESAME et les contraintes d'écriture des comptes rendus et du mémoire, le cadre du Raisonnement Scientifique est extrêmement rigide. Les mathématiques que nous y introduisons résistent. Nous créons ainsi un espace d'accueil où les étudiants peuvent travailler librement questions, doutes et erreurs, sans l'aide du professeur ; ils en font ce qu'ils veulent, ils travaillent leurs propres mathématiques à partir de l'état réel de leurs connaissances (que ni eux ni le maître n'ont besoin de connaître pour que chacun puisse travailler et progresser) ; ils inventent très vite leurs chemins personnels d'exploration et ils le font en toute liberté, chacun s'attardant sur ce qui l'intéresse le plus.

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

Dans cet enseignement, les étudiants prouvent qu'ils sont capables de travailler et d'apprendre des mathématiques sans souffrance, quand ils ont accepté le contrat de travail ; le maître ne s'ennuie pas, la lecture et l'annotation des comptes rendus ne lui prennent pas plus de temps que la correction de trente-cinq devoirs sur le même exercice ; toutes les productions sont différentes, le maître prend en compte la singularité de chacun ; il peut suivre l'évolution de ses étudiants, ce qui ne manque pas de variété et d'intérêt ; il a le plaisir de leur transmettre ce qui est important pour lui, que les mathématiques peuvent intéresser, passionner et donner un sentiment de liberté.

Conclusion

Quand ce sont les mots du professeur qui font mal, on ne peut que souhaiter que les futurs maîtres soient formés à utiliser des techniques d'entretien et de communication qui induisent nécessairement une *posture d'écoute* et de *bienveillance* et qui le signifient aux élèves. Il existe plusieurs techniques d'entretien qui produisent ces mêmes effets. En mathématiques, la précision de l'entretien d'explicitation permet d'obtenir en sus la description d'un vécu d'action avec toutes les connaissances pré réfléchies qu'il contient et c'est en cela qu'il nous est précieux. De plus, et nous n'avons pas abordé le sujet ici, les relances de l'entretien d'explicitation ont des effets performatifs sur le sujet, effets qui sont étudiés au GREX depuis longtemps (Vermersch, 2007), comme inviter à modifier le rayon attentionnel (accueillir la souffrance en proposant de mettre le focus sur l'action), accompagner la centration sur un objet attentionnel particulier (la mise au travail par exemple) ou aider un élève à savoir qu'il ne sait pas qu'il sait.

Par ailleurs, quand ce sont les mathématiques qui font mal, on peut *soigner les mathématiques par les mathématiques*. Nous l'avons montré à travers les quelques exemples que nous avons choisis (pour rester dans des mathématiques simples). Ici, le mode de recueil d'information et les outils didactiques se complètent mutuellement pour signifier à l'élève que sa parole est légitime et que le maître peut et va l'accompagner dans son apprentissage, sans jugement ni comparaison à une norme. Il nous paraît important de faire vivre de telles situations positives à l'école, situations ressources pour l'avenir, scolaire ou non, tout en restant exigeant sur la qualité de l'activité mathématique déployée, condition nécessaire (comme pour les mathématiciens professionnels) du déclenchement de sentiments positifs tels que : adhésion, autonomie, curiosité, persévérance, intérêt, plaisir, liberté.

Nous pensons et nous espérons avoir montré, et c'est notre contribution à ce colloque, que la souffrance n'est pas consubstantielle des mathématiques, que l'on peut enseigner les mathématiques sans faire souffrir, que l'on peut apprendre des mathématiques sans souffrir. Nous voulons casser les deux idées selon lesquelles 1/ pour les élèves qui ne sont pas *doués* en mathématiques, il n'y aurait d'autres perspectives que la souffrance ou la démission ; 2/ il y a des professeurs *doués* pour la pédagogie et d'autres qui ne le sont pas. Nos pratiques ne sont pas le fruit d'un quelconque don, elles sont ancrées dans des recherches, et les gestes professionnels que nous faisons sont des *actes* théoriques : ce sont des choix pratiques que l'on fait parce que l'on sait, au moment où on les fait, sur quoi ils sont fondés (Vermersch, 2009). Chaque professeur peut se les approprier, ou en fabriquer d'autres, pour que chaque élève puisse progresser à partir de l'endroit où il est et éprouver des sentiments intellectuels positifs.

C'est bien pour toutes ces raisons que la formation des maîtres doit prendre en compte la subjectivité et les recherches didactiques pour permettre à tous les élèves de vivre des mathématiques et aux enseignants de ne plus produire, contre leur gré, des *madeleines de souffrance*.

ISBN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca
Les Collectifs du Cirp, 2011
Volume 2, pp. 294 à 310

Notes

1 Le mot *sentiment* est pris ici au sens de « fait de conscience d'ordre cognitif », décrit par James (2006).

2 Centre National de la Recherche Scientifique en France.

3 L'utilisation du « peut » insiste sur le fait que cette expérience est pour une bonne part pré réfléchie, donc opaque à celui-là même qui l'a vécue.

4 L'existence de ces connaissances pré réfléchies est bien connue des ergonomes qui observent un écart entre le « savoir agi » (c'est-à-dire ce que le sujet a réellement fait et qui peut être observé par un tiers) et le « savoir professé » ou « savoir déclaratif » (c'est-à-dire ce que le sujet dit qu'il a fait, qui correspond le plus souvent aux savoirs professionnels institutionnels ou attendus).

5 « Je vous propose, si vous êtes d'accord, de prendre le temps de laisser revenir ce qui vous revient comme ça vous revient de ce moment où … ? » ou « Qu'est-ce qui vous revient en premier quand vous prenez le temps de penser à ce moment où … ? »

6 Cette donation intuitive est déclenchée par des éléments sensoriels ou par des éléments du contexte, éléments de la mémoire concrète. Ici, le mot « intuitif » signifie « sans mot, non loquace ».

7 Le questionneur guide le sujet dans l'exploration du champ attentionnel dans le ressouvenir pour l'aider à retrouver, sur un mode non loquace, toutes les informations souhaitées.

8 L'ensemble des actes du sujet dans cette phase est appelé « acte réfléchissant ».

9 Vermersch utilise plutôt l'expression « position de parole incarnée » pour accentuer le lien avec la mémoire concrète.

10 Le GECO est l'association pour le développement du Genie Cognif. http://sites.google.com/site/gecocesame/

11 CESAME est l'acronyme de Construction Expérientielle du Savoir et rôle d'Autrui dans les Mathématiques Enseignées. Le groupe CESAME, rattaché à l'Université de Nice, est notre groupe de recherche en didactique des mathématiques. http://sites.google.com/site/gecocesame/

12 Par exemple, dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires ; si un quadrilatère a quatre côtés égaux, ses diagonales sont nécessairement perpendiculaires, il ne peut en être autrement.

13 Il nous paraît important de ne pas se contenter de faire apprendre des définitions aux élèves et de vérifier qu'ils les ont apprises, mais de leur enseigner comment on utilise ces définitions pour les faire travailler.

14 Le fait d'apprendre, en mathématiques, qu'un résultat doit être démontré pose le problème délicat du passage de l'observation (dans les petites classes) à la démonstration (autour de 13 ou 14 ans), moment de la scolarité où les règles du jeu mathématique changent et où se fait l'entrée dans les mathématiques des « grands ».

Bibliographie

Bachelard, G. (1934). *Le nouvel esprit scientifique*. Paris : PUF.

Drouhard, J-Ph. (2007). Prolégomènes épistémographiques à l'étude des transitions dans l'enseignement des mathématiques. Dans N. Bednarz et Cl. Mary (dir.). *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés, Actes du colloque EMF 2006*. (cédérom). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Drouhard, J-Ph. (1992). *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire*. Thèse de doctorat non publiée. Université Paris 7.

GECO (1997). Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre et qu'en faire ? *REPÈRES-IREM, 28*. Metz : Topiques Éditions.

Gusdorf, G. (1951). *Mémoire et personne*. Paris : PUF. 2e édition 1995.

Husserl, E. (1998). *De la synthèse passive*. Grenoble : Millon.

James, W. (2006). *La théorie de l'émotion*. Paris : L'Harmattan.

Legrand, M. (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères-IREM, 10,* 123-158. Metz : Topiques Éditions.

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

Léonard, F. et Sackur, C. (1991). Connaissances locales et triple approche, une méthodologie de recherche. *Recherches en Didactique des Mathématiques,10*(2/3), 205-240.

Martinez, C. (2005). Un exemple : Samanta en CM1 : la décomposition des nombres. *Expliciter, 58,* 39-40. Récupéré du site du GREX : www.expliciter.fr

Maurel, M. et al. (2003). Un pari didactique et épistémologique : un enseignement de mathématiques en DEUG MASS à l'Université de Nice 2000/2003. *Cahier de la Commission Inter-Irem Université.* Lyon : IREM de Lyon.

Maurel, M. (2008). La psycho phénoménologie, théorie de l'explicitation. *Expliciter, 77*, 1-29. Récupéré du site du GREX : www.expliciter.fr

Maurel, M. (2009). L'entretien d'explicitation, exemples et applications. *Expliciter, 80*, 1-17. Récupéré du site du GREX : www.expliciter.fr

Rosenthal, R. et Jacobson, L. (1968). *Pygmalion à l'école*. Paris : Casterman. Rééd. 1994.

Sackur, C., Assude, T., Maurel, M., Drouhard, J.-P. et Paquelier, Y. (2005). L'expérience de la nécessité épistémique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 25*(1), 57-90.

Trabal, P. (1997). *La violence de l'enseignement des mathématiques et des sciences.* Paris : L'Harmattan. Montréal : L'Harmattan Inc.

Vermersch, P. (1994). *L'entretien d'explicitation*. Paris : ESF.

Vermersch, P. et Maurel, M. (1997). *Pratiques de l'entretien d'explicitation*. Paris : ESF.

Vermersch, P. (2007). Approche des effets perlocutoires : 1/ Différentes causalités perlocutoires : demander, convaincre, induire. *Expliciter, 71*, 1-23. Récupéré du site du GREX : www.expliciter.fr

Vermersch, P. (2008). Décrire la pratique de l'introspection. Esquisse d'un article. *Expliciter, 77,* 33-59. Récupéré du site du GREX : www.expliciter.fr

Vermersch, P. (2009). Acte théorique : pour une pratique éclairée par la théorie. *Expliciter, 79,* 44. Récupéré du site du GREX : www.expliciter.fr

Notices professionnelles

Catherine Sackur

Études initiales de mathématiques. Enseignante depuis 1966 à l'université, en collège (11-15 ans) et lycée (16-18 ans). Études de psychologie jusqu'au niveau DEA (5 années). Formation à l'explicitation par le Groupe de Recherche sur l'Explicitation. En 1985, crée le GECO (Association pour le Développement du GÉnie Cognitif) qui, outre des recherches de didactique des mathématiques, mène des actions de formation continue pour les enseignants. Enseignante associée, pendant quelques années, à l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres et tutrice de nombreux futurs professeurs. Participe au groupe de recherche CESAME (Construction Expérientielle des Savoirs avec Autrui dans les Mathématiques Enseignées). De 1983 à 2006, intervient dans des congrès internationaux de didactique des mathématiques.

catherine.sackur@wanadoo.fr

Maryse Maurel

Études initiales de mathématiques. Enseignante depuis 1968 en lycée, puis à l'université. A travaillé dans les IREM (Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques). Depuis 1990, chercheure en didactique des mathématiques. Certifiée pour la formation aux techniques de l'explicitation. Participe au séminaire du Groupe de Recherche sur l'Explicitation depuis sa création. Participe aux groupes de recherche GECO (Association pour le Développement du GÉnie Cognitif) et CESAME (Construction Expérientielle des Savoirs avec Autrui dans les Mathématiques Enseignées). Certifiée à la pratique de la thérapie brève (Palo Alto). Enseignante associée, pendant quelques années, à l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres de Nice.

m.maurel04@wanadoo.fr

ISBN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca

Jean-Philippe Drouhard

Études initiales de mathématiques, de linguistique et de didactique des mathématiques (Doctorat). Enseignant en Formation Continue d'adultes, en Lycée (16-18 ans), à l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres (en particulier dans la formation des maîtres de l'enseignement spécialisé) et à l'Université (en France et en Argentine). Formation à l'explicitation par le Groupe de Recherche sur l'Explicitation. Membre de l'Association pour le Développement du GÉnie Cognitif. Co-fondateur du groupe de recherches CESAME. Membre de l'Unité de Recherches « Interdidactique et Didactique des disciplines et des Langues » (Université de Nice). Directeur puis directeur adjoint de l'Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques de Nice. Depuis 1987, il intervient dans des congrès internationaux de didactique des mathématiques. Conférences invitées en Argentine et Uruguay.

Jean-Philippe.Drouhard@unice.fr

ISSN : 978-0-9866654-2-4 * http://www.cirp.uqam.ca